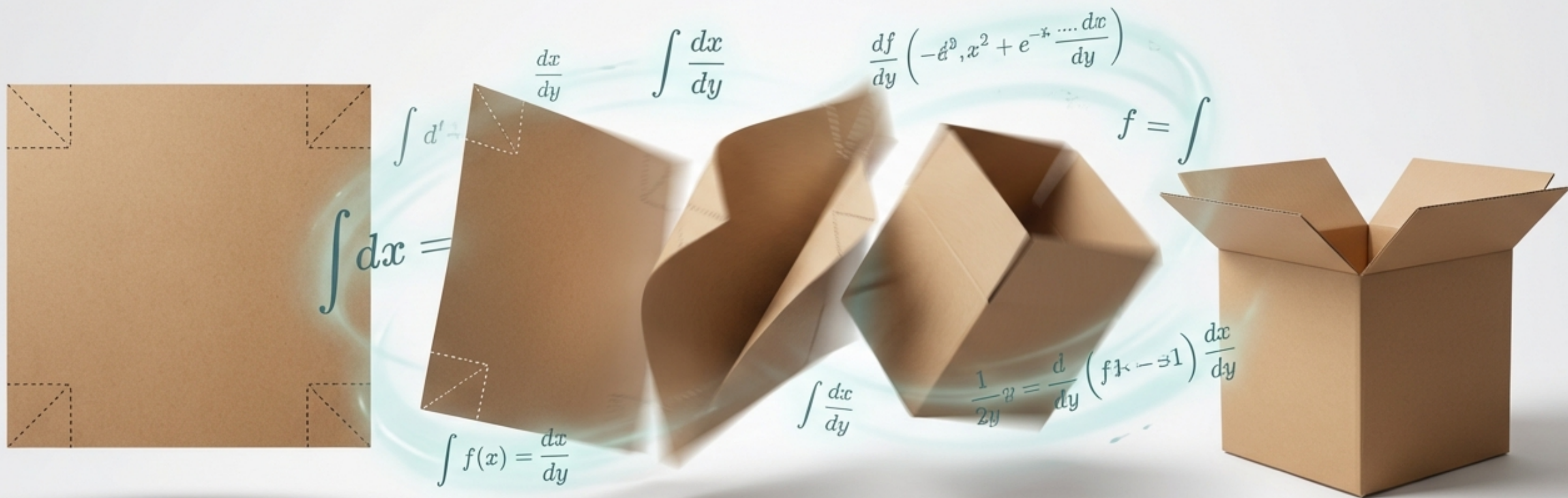




ปลดล็อกพลังแคลคูลัส: หาจุดสูงสุดของปริมาตรกล่องได้ด้วยคณิตศาสตร์!

เรียนรู้ concept ยากๆ ให้เข้าใจง่ายด้วย Interactive Visuals จาก Panya AI Tutor



นักวิทยาศาสตร์หาจุดที่ "ดีที่สุด" ได้อย่างไร?

ไม่ว่าจะเป็นปริมาณของกล่องที่ใหญ่ที่สุด, ความเร็วที่เหมาะสมที่สุด, หรือกำไรที่สูงสุด...
เราไม่ได้ใช้การเดา



ปริมาตร (Volume)



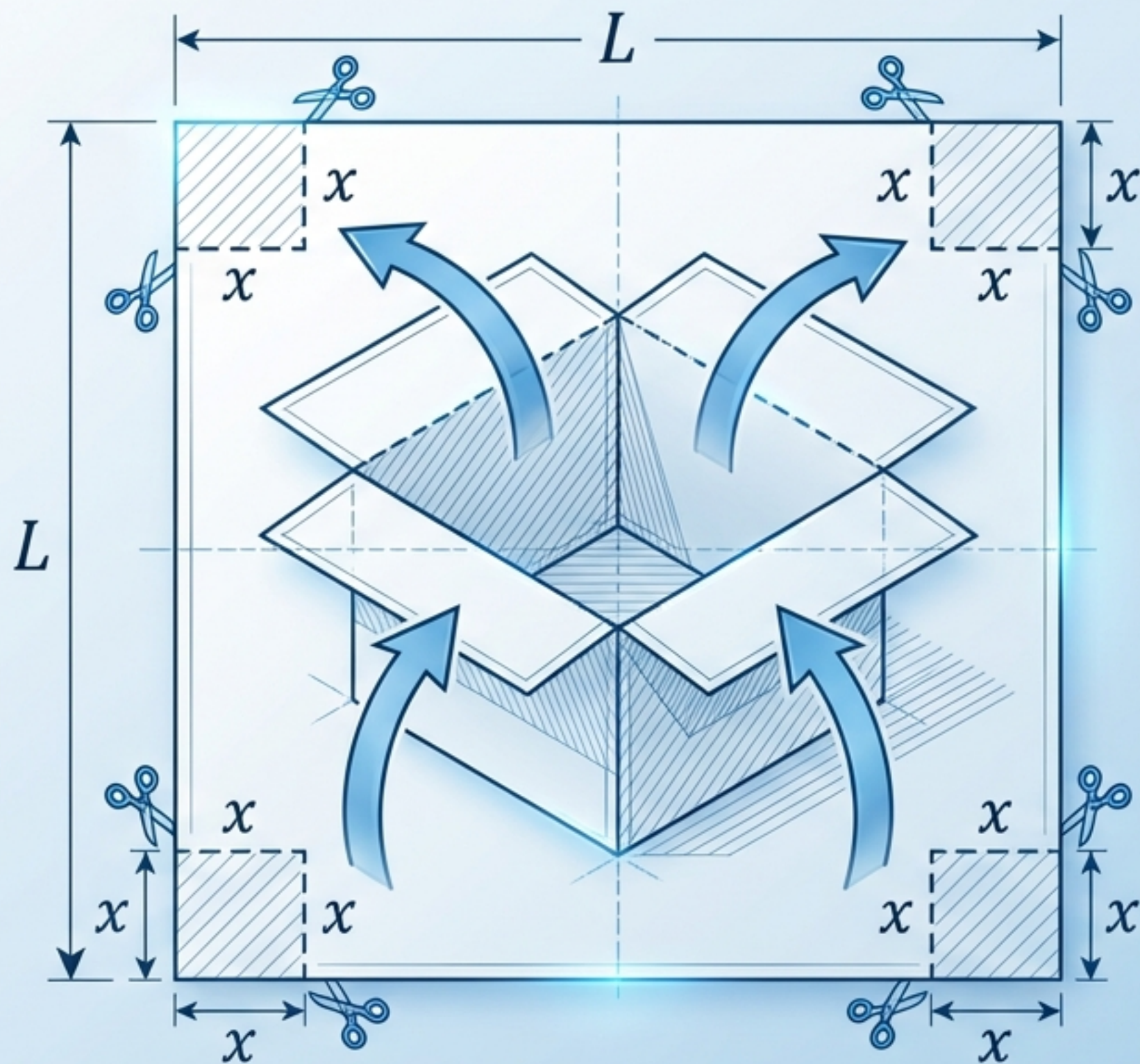
ประสิทธิภาพ (Efficiency)



กำไร (Profit)

เราใช้เครื่องมือสุดเจ๋งอย่าง **แคลคูลัส**

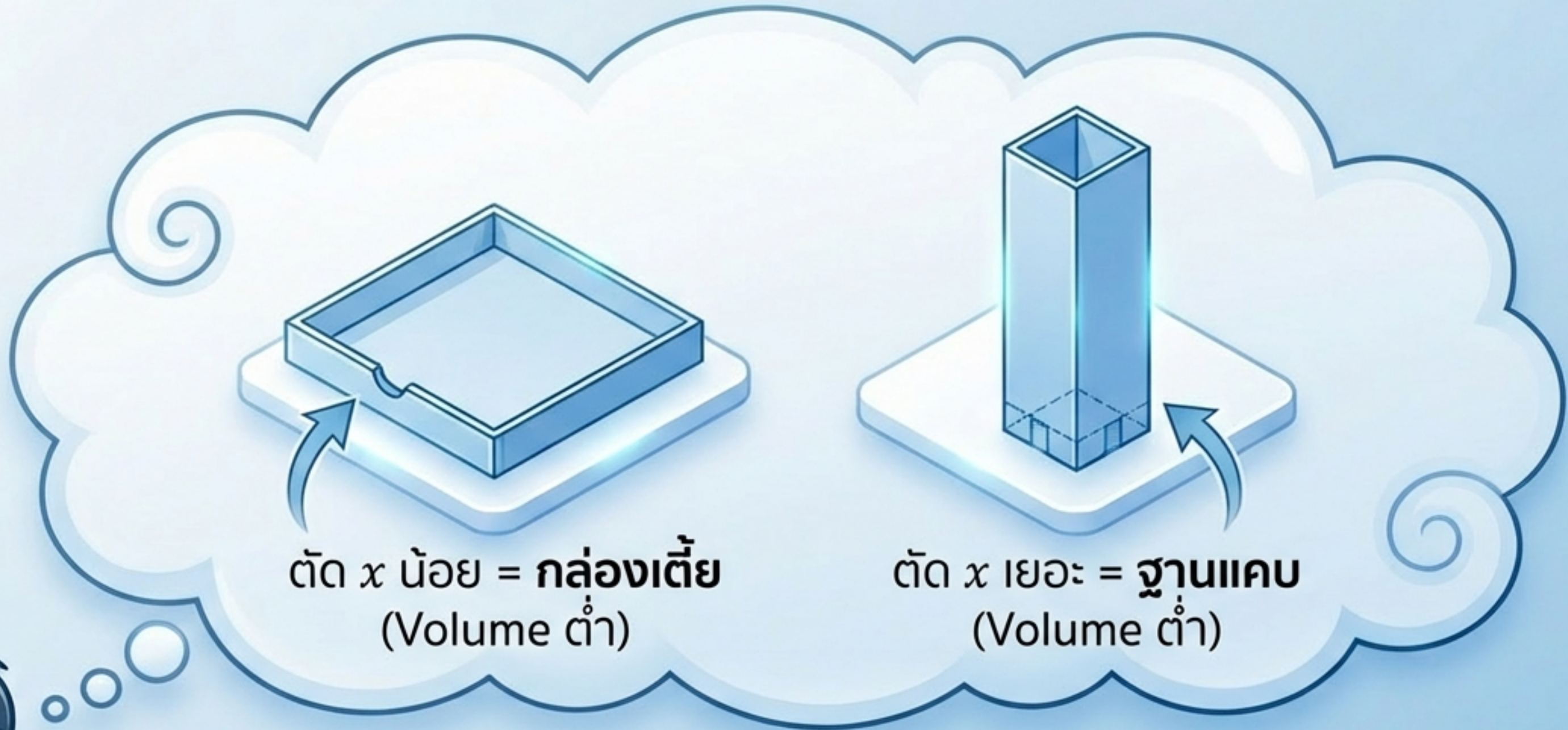
โจทย์: สร้างกล่องให้มีปริมาตรมากที่สุด



- มีกระดาษสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $L \times L$
- ตัดมุมออกเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กๆ ขนาด $x \times x$

เราจะหาค่า x ที่ทำให้กล่องมีปริมาตรมากที่สุดได้อย่างไร?

ปัญหาที่ต้องเจอ: ยิ่งสูง ฐานยิ่งแคบ



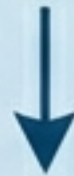
พอกว้างสูงขึ้น ฐานมันก็แคบลง ปริมาตรเลยลดลงตอนท้าย...
แล้วเราจะหาจุดที่ 'เป๊ะ' ที่สุดได้อย่างไร โดยไม่ต้องนั่งเดา?

สร้างฟังก์ชันปริมาตร $V(x)$

$$V = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}$$



$$V(x) = (L - 2x)(L - 2x)(x)$$



$$V(x) = x(L - 2x)^2$$

นี่คือสมการที่เราต้องหาค่าสูงสุด

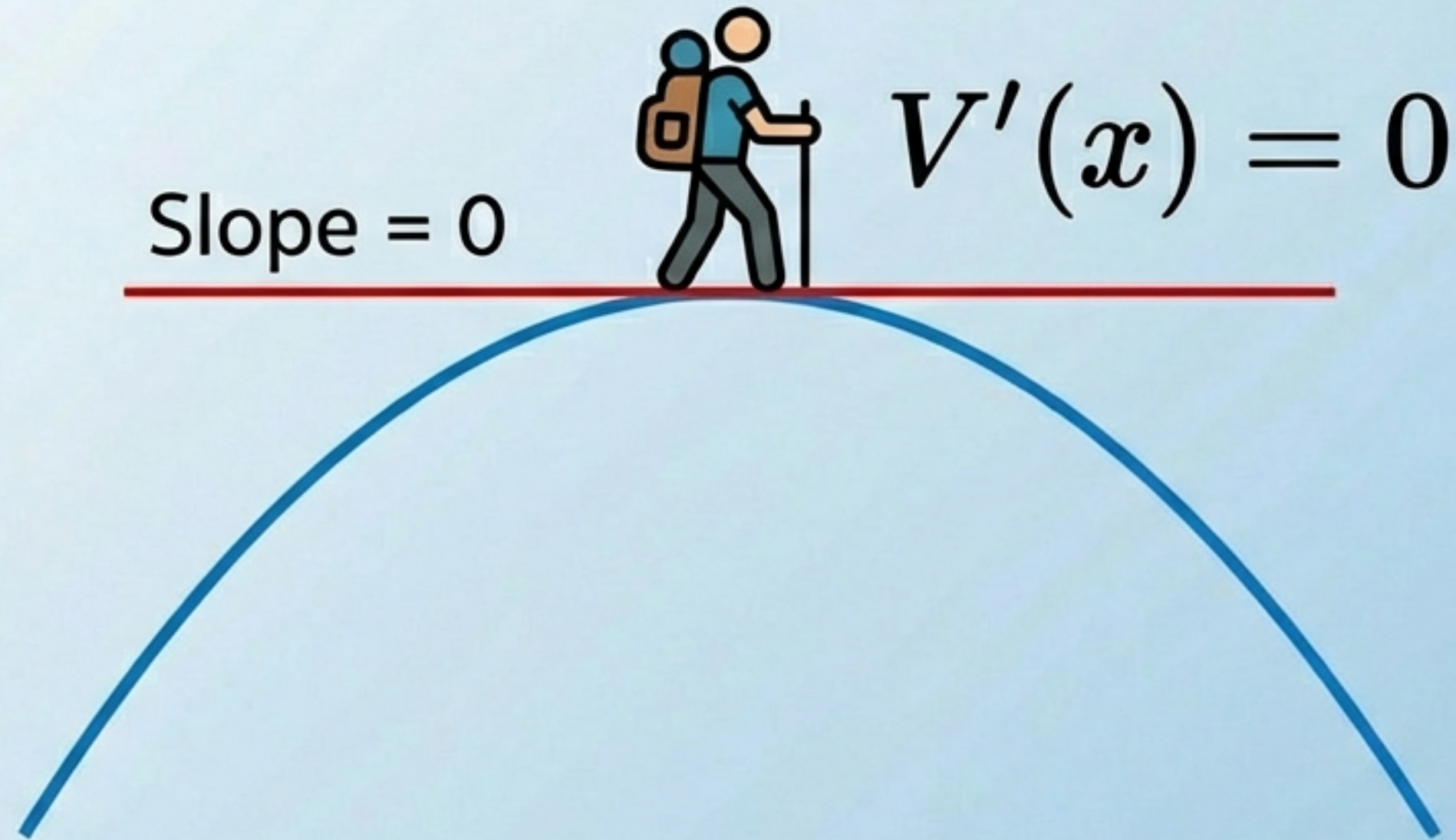
กำหนดขอบเขตของ x



$$0 \leq x \leq L/2$$

เราตัดมุมเกินครึ่งหนึ่ง
ของกระดาษไม่ได้!
เพราะกระดาษจะหายไป

ขั้นตอนที่ 2: ใช้ 'อนุพันธ์' หาจุดสูงสุด



ที่จุดสูงสุดของกราฟ ความชันจะเป็นศูนย์เสมอ
(เหมือนยอดเขาที่พื้นราบเรียบ)

ลงมือฉฝ: หา $V'(x)$

$$V(x) = x(L - 2x)^2$$

↓ Product & Chain Rule

$$V'(x) = (1)(L - 2x)^2 + (x)(-4(L - 2x))$$

↓ Simplify (Pull out $L - 2x$)


$$V'(x) = (L - 2x)[(L - 2x) - 4x]$$


Diagram annotations:
 - An arrow labeled $f'g$ points from the $(L - 2x)^2$ term in the first equation to the $(L - 2x)^2$ term in the second equation.
 - An arrow labeled fg' points from the x term in the first equation to the x term in the second equation.
 - A bracket labeled "Chain Rule (inner derivative -2)" points to the $(L - 2x)$ term in the second equation.

$$V'(x) = (L - 2x)(L - 6x)$$

หาค่าวิกฤต (Critical Values)

$$\text{Set } V'(x) = 0: (L - 2x)(L - 6x) = 0$$

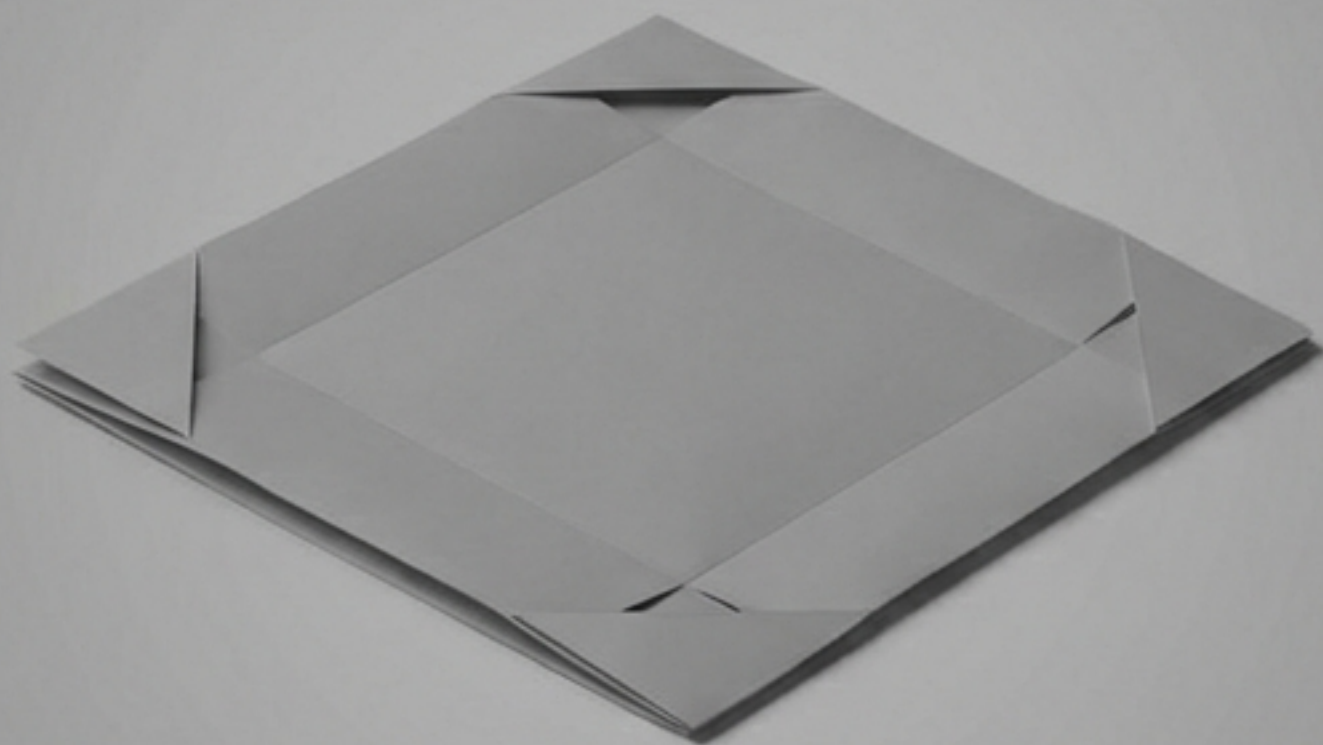

$$\begin{aligned} L - 2x &= 0 \\ \rightarrow x &= L/2 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} L - 6x &= 0 \\ \rightarrow x &= L/6 \end{aligned}$$

เราได้ผู้ทำขึ้นมา 2 ค่า ไหนมาลองตรวจสอบกัน

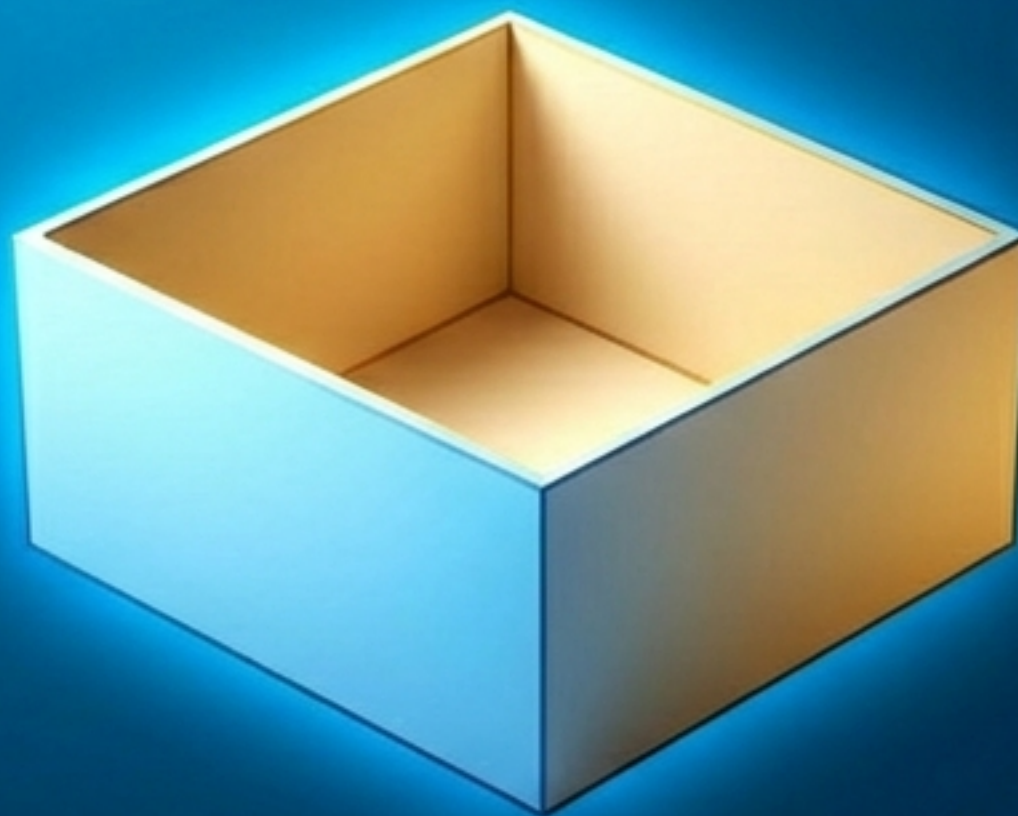
ตรวจสอบคำตอบ: ใครคือผู้ชนะ?

Case A: $x = L/2$



กล่องแบนแต่เตี้ย ปริมาตร = 0

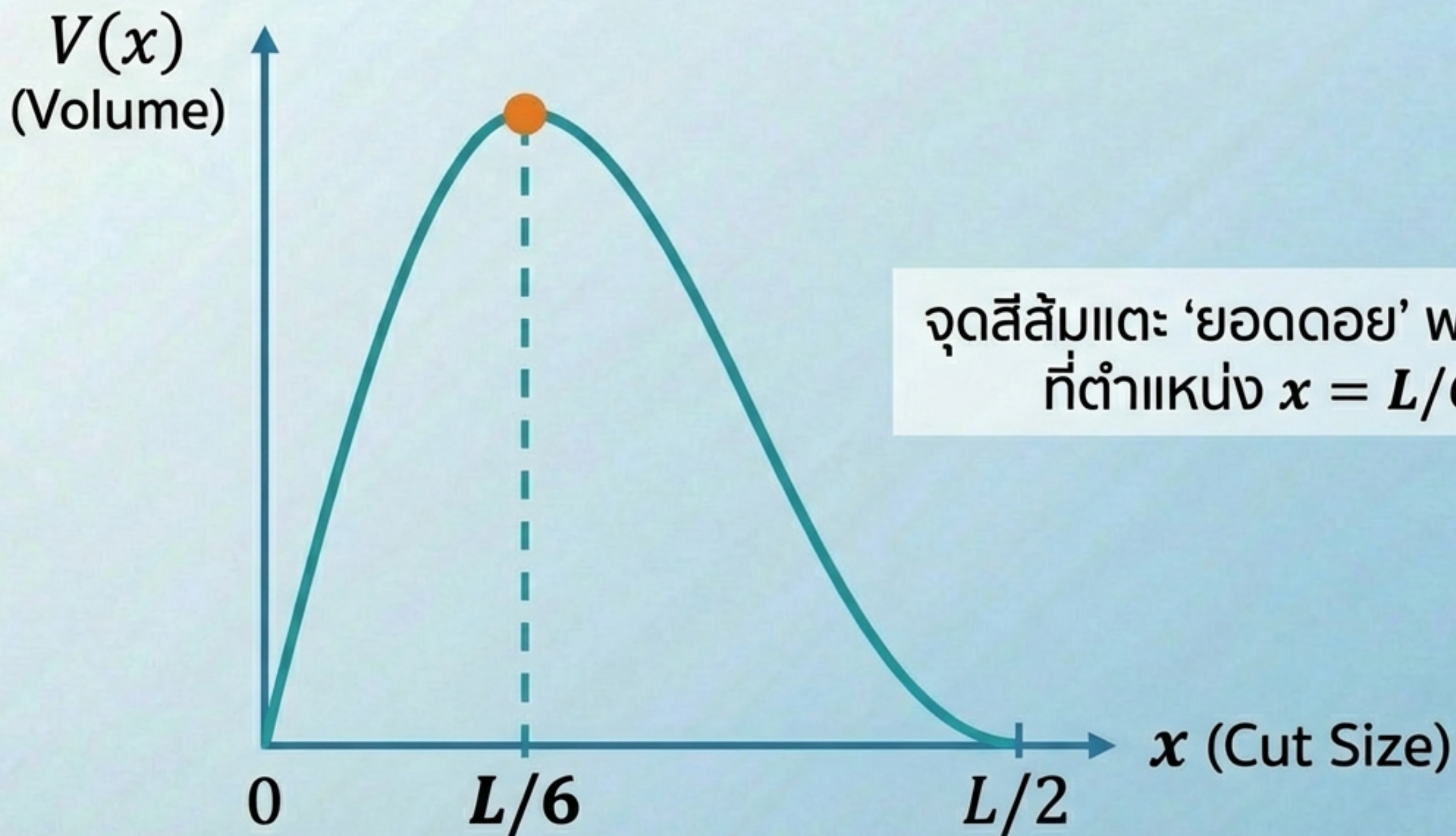
Case B: $x = L/6$



ปริมาตรสูงสุด (Maximum Volume)

คำตอบที่ถูกต้องคือ $x = L/6$

ยืนยันด้วยกราฟ (Confirm with Graph)



สรุปสูตร: ปริมาตรกล่องสูงสุด

เมื่อเราตัดมุม $x = L/6$ ปริมาตรที่ได้จะเป็น...

$$V_{\max} = \frac{2L^3}{27}$$

เราแก้ปัญหาได้แล้ว! (We solved the problem!)

สรุปขั้นตอนการหาค่าสูงสุด



1. Model

สร้างฟังก์ชัน $V(x)$

2. Derive

ดิฟและจับเท่ากับ 0

3. Solve

แก้สมการหาค่า x

เปลี่ยนปัญหาจริง \rightarrow คณิตศาสตร์ \rightarrow คำตอบ

อย่าแค่จำ... ให้ลองเล่น!

อยากลองหาค่าสูงสุด
หรือเปลี่ยนโจทย์เป็นแบบอื่นไหม?

มาลองเล่น Interactive Math
ได้ที่ **Panya AI Tutor**

